

Les exercices sont indépendants. Indiquez en tête de copie le nom du logiciel ou du langage que vous utilisez.

1. Écriture des fonctions sinus et cosinus

Pour calculer les valeurs des fonctions *sinus* ou *cosinus* en un point, on peut se servir de leurs développements limités. On peut montrer que le développement limité à l'ordre 3 suffit pour calculer le *sinus* ou le *cosinus* d'un argument appartenant à $[0; 0,1]$ à 10^{-5} près.

Si l'argument n'appartient pas à $[0; 0,1]$ on peut utiliser les formules de base de la trigonométrie pour ramener la valeur à calculer à une expression en *sinus* et *cosinus* d'arguments appartenant à $[0; 0,1]$ n'utilisant que des opérations élémentaires (addition, soustraction, multiplication).

1.1. Indiquer les formules trigonométriques qui permettent d'amener les calculs de ***sin x*** et de ***cos x*** quel que soit **x** réel à des expressions en *sinus* et *cosinus* d'arguments appartenant à $[0; 0,1]$.

1.2. Écrire les procédures :

sinus : paramètre **x** : réel;
 résultat **s** : réel;
qui calcule ***sin x***,

et

cosinus : paramètre **x** : réel;
 résultat **s** : réel;
qui calcule ***cos x***.

2. Qu'affichera ce programme ?

Soit la procédure suivante :

```
f : paramètre n entier;
début
  si n>=0 alors
    f(n-2);
    afficher(n);
    f(n-1)
  fin si
fin
```

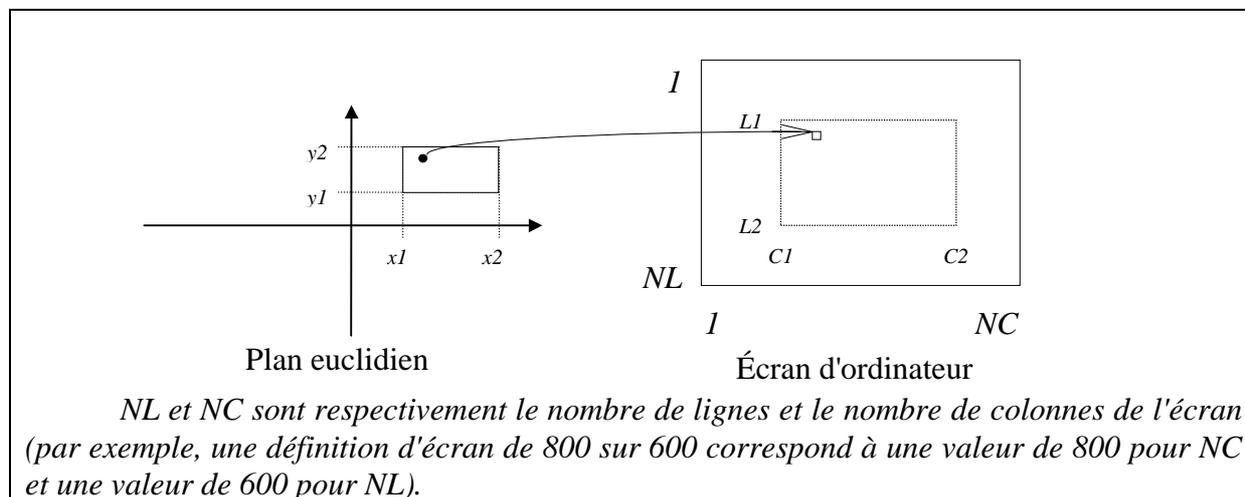
Qu'affichera l'appel à **f(4)** ?

3. Élévation à une puissance entière d'une matrice carrée

- 3.1. Écrire une procédure permettant de calculer le produit de deux matrices carrées réelles d'ordre **n**.
- 3.2. Quel est, en fonction de **n**, le nombre de multiplications élémentaires (produit de deux nombres réels) effectuées lors de ce calcul ?
- 3.3. Quel est le nombre de multiplications élémentaires pour une élévation à la puissance **2000** d'une matrice d'ordre **10** qui multiplie la matrice par elle-même **1999** fois ?
- 3.4. En utilisant les relations
$$\mathbf{A}^0 = \mathbf{Id}, \mathbf{A}^1 = \mathbf{A}, \mathbf{A}^{2k} = (\mathbf{A}^k)^2 \text{ et } \mathbf{A}^{2k+1} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{A}^{2k}$$
écrire une procédure récursive d'élévation à la puissance **p** d'une matrice.
- 3.5. Quel est, en utilisant la procédure récursive précédente, le nombre de multiplications élémentaires pour une élévation à la puissance **2000** d'une matrice d'ordre **10** ?

4. Représentation graphique sur écran

Le but de ce problème est d'écrire une procédure permettant de tracer le graphe d'une fonction réelle de variable réelle dans une fenêtre d'écran d'ordinateur associée à une portion du plan euclidien.



Les représentations suivantes vous sont données à titre indicatif. Vous pouvez en utiliser d'autres à condition de les expliciter clairement.

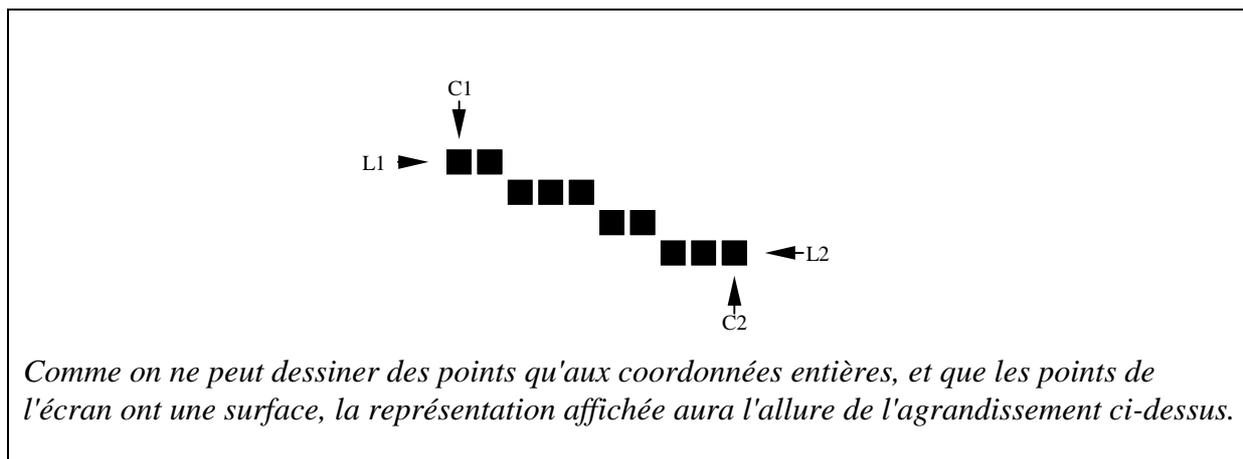
Type de donnée	Représentation
point_écran	[L,C] où L et C sont de type entier et représentent la ligne et la colonne du point écran (L compris entre 1 et NL , C compris entre 1 et NC).
fenêtre_écran	[CSG,CID] où CSG et CID sont de type point_écran et représentent le coin supérieur gauche et le coin inférieur droit de la fenêtre.
intervalle_réel	[r1,r2] où r1 et r2 sont de type réel et représentent la borne inférieure et la borne supérieure de l'intervalle.
portion_plan	[ix,iy] où ix et iy sont de type intervalle_réel et représentent l'intervalle en x et l'intervalle en y de la portion rectangulaire du plan.
point_plan	[x,y] où x et y sont de type réel et représentent l'abscisse et l'ordonnée du point.

Attention : la portion du plan est représentée par un couple d'intervalles, alors que la fenêtre d'écran est représentée par un couple de points.

- 4.1. Donner les formules permettant de calculer les coordonnées d'une fenêtre proportionnelle à l'écran, centrée dans l'écran et utilisant les $\frac{3}{4}$ de sa surface.
- 4.2. Donner les formules permettant de calculer la position absolue $[L, C]$ sur l'écran de l'image du point $[x, y]$ du plan en fonction de :
- $L1, C1$: ligne et colonne du coin supérieur gauche de la fenêtre
 - $L2, C2$: ligne et colonne du coin inférieur droit de la fenêtre
 - $x1, x2$: les bornes en x de la portion du plan
 - $y1, y2$: les bornes en y de la portion du plan

Dans la suite du problème nous supposons fournie la procédure
affiche_pixel(L,C)
 affichant le pixel situé à la ligne L et à la colonne C de l'écran.

On désire écrire la procédure qui dessine à l'écran une représentation du segment reliant $M1[L1, C1]$ et $M2[L2, C2]$ de l'écran.



Si $L1=L2$ et $C1=C2$ on affichera le pixel $[L1, C1]$.

Si $|L1-L2| \geq |C1-C2|$ on affichera un pixel $[L, C]$ pour chaque valeur de L comprise entre $L1$ et $L2$ en déterminant de façon pertinente le C correspondant.

Si $|L1-L2| < |C1-C2|$ on affichera un pixel $[L, C]$ pour chaque valeur de C comprise entre $C1$ et $C2$ en déterminant de façon pertinente le L correspondant.

- 4.3. Écrire la procédure
dessine_segment_ecran : paramètres $M1, M2$: point_écran;
 qui relie les points $M1$ et $M2$ de l'écran.
- 4.4. Écrire la procédure
dessine_rectangle_ecran : paramètres CSG, CID : point_écran;
 qui dessine le rectangle aux côtés parallèles aux bords de l'écran ayant CSG et CID pour coin supérieur gauche et coin inférieur droit (en utilisant **dessine_segment_ecran**).
- 4.5. Écrire la procédure

